1. Factorizar por Doolittle y Cholesky la matriz : $\begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/5 \\ 1/3 & 1/5 & 1/7 \\ 1/5 & 1/7 & 1/9 \end{pmatrix}$

2. Obtener la factorización de Crout conociendo la de Doolittle.

3. Para la matriz: $H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 1/6 \\ 1/4 & 1/5 & 1/6 & 1/7 \end{bmatrix}$ resolver el sistema : $H_4 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ por eliminación gaussiana :

   i) con aritmética racional exacta
   ii) con aritmética en coma flotante con tres cifras significativas en todos los valores
   iii) calcular $cond(H_4)$
   iv) obtener su descomposición de Cholesky si es posible. En caso afirmativo, resolver el sistema a partir de la factorización.

4. Factorizar por Cholesky y resolver cuando sea necesario :

   A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & 15 \\ 6 & 15 & 46 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1.00 & 0.42 & 0.54 & 0.66 \\ 0.42 & 1.00 & 0.32 & 0.44 \\ 0.54 & 0.32 & 1.00 & 0.22 \\ 0.66 & 0.44 & 0.22 & 1.00 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 0.9 \end{bmatrix}$, $C = H_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix}$

5. Obtener la inversa por LU de la matriz : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

6. Invertir por Gauss-Jordan la matriz $H_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix}$. Obtenerla también a partir de la factorización de Cholesky.

7. Reducir el problema de invertir una matriz de coeficientes complejos $C = A + iB$ al de invertir matrices reales.(Nota: supóngase por casos que A ó B es regular)

8. ¿Cómo se puede resolver un sistema de n ecuaciones lineales complejas? ¿Qué resulta, un sistema real de tamaño $2n$ o dos sistemas reales de tamaño n?

9. Partiendo de la factorización $PA = LU$, siendo P la matriz de permutaciones, construir un procedimiento que calcule el determinante de A.

10. Obtener la inversa de la siguiente matriz utilizando Gauss-Jordan, Doolittle y Cholesky: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 15 \end{pmatrix}$

11. Considerando la matriz: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, resolver el sistema $Ax = \begin{pmatrix} 5 \\ 17 \\ -9 \end{pmatrix}$ mediante :

    i) el cálculo previo de la inversa de A por Gauss-Jordan.
    ii) la factorización de Doolittle de A y la posterior resolución de los sistemas triangulares.

12. Obtener la inversa por Gauss-Jordan, Doolittle y Cholesky de : $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 15 \end{pmatrix}$

13. Factorizar por Doolittle y Cholesky la siguiente matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 15 \end{pmatrix}$

14. Desarrollar un procedimiento MATLAB o algoritmo que implemente el algoritmo de la factorización de Cholesky / Gauss-Jordan para la inversión de matrices, suponiendo pivotación parcial por filas.

    i) el procedimiento deberá estar debidamente comentado

    ii) se escogerán los parámetros que se consideren adecuados, explicando el uso y la utilidad de los mismos

    iii) deben explicarse las causas por las que el procedimiento puede salir, asignándole un código de error o salida si es conveniente. (2 puntos)

15. Factorización de Cholesky.

    i) Explicación del método. Desarrollar un algoritmo o procedimiento MATLAB que realice la factorización de una matriz A, con los parámetros que se consideren convenientes.

    ii) Queremos utilizar el apartado anterior para obtener la inversa de A , solucionar un sistema de ecuaciones lineales que tenga a A como matriz del sistema y obtener el determinante de la matriz A.

       Éste nuevo procedimiento hará la llamada correspondiente al obtenido en el apartado anterior para obtener la factorización y tendrá un parámetro entero que indicará qué es lo que se quiere del procedimiento (inversa, vector solución o determinante).

       Para la construcción de éste procedimiento hay que tener en cuenta los siguientes puntos :

       a. $(U^{-1})^t = (U^t)^{-1}$

       b. La inversa de una matriz triangular superior es también una matriz triangular superior.

       c. El determinante de un producto de matrices es el producto de los determinantes de dichas matrices.