1. Calcular por la regla parabólica :[1]

$$\int_0^{1.2} (e^x - \frac{x^5}{120})dx$$

2. Dada la función :

$\mathbf{x}$	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8
$\mathbf{f(x)}$	4.953	6.050	7.389	9.025	11.023	13.464	16.445	20.086	24.533	29.964	36.598	44.701

se pide :

i) calcular $\int_{1.8}^{3.4} f(x)dx$ por la regla trapezoidal, tomando pasos de valor $h_1 = 0.2$,[2] $h_2 = 0.4$,[3] $h_3 = 0.8$.[4]

ii) mediante Romberg, mejorar los valores obtenidos anteriormente.[5]

3. Calcular : [6]

$$\int_{-4}^{4} \frac{dx}{1+x^2}$$

4. Calcular por Romberg

$$\int_0^1 \frac{\cos x}{1+x}dx$$

con una precisión de 10^{-4}. (NOTA: Realizar los cálculos en **radianes**)[7]

5. Se pide evaluar la siguiente integral por el método de Simpson :

$$\int_0^1 g(x)dx, \qquad \text{siendo} \qquad g(x) = \int_1^{e^x} (x + \frac{1}{y})dy$$

¿ Cuál es el error cometido ? [8]

6. Calcular por Romberg y Gauss con cuatro decimales correctos el valor de la integral :

$$\int_0^{\pi/4} x^2 \cos^2 x \, dx$$

(Nota: la solución analítica es $\frac{x^3}{6} + \frac{x}{4}\cos 2x + \frac{1}{4}(x^2 - \frac{1}{2})\operatorname{sen} 2x$)[9]

7. Integrar por Romberg

$$\int_0^3 x\sqrt{1+x^2}dx$$

con una precisión de 10^{-4}. [10]

[1] Solución : $\simeq 2.315969$.
[2] $\simeq 23.9944$
[3] $\simeq 24.2328$
[4] $\simeq 25.1768$
[5] $T_{2,0} \simeq 23.91472$.
[6] $2\arctan 4 \simeq 2.6516353$.
[7] $\simeq 0.601044385$.
[8] Solución : Error exacto $\simeq 0.002620728$, cota error fórmula Simpson $\simeq 0.00471894$.
[9] $\simeq 0.10995808$
[10] $\simeq 10.20759220$

8. Demostrar que la fórmula

$$\int_{-1}^{+1} f(x)dx = \frac{1}{9}[5f(\sqrt{0.6}) + 8f(0) + 5f(-\sqrt{0.6})]$$

es exacta para polinomios de grado menor o igual que 5. Aplicarla al cálculo de[11]

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} x}{1+x} dx$$

9. Diferenciación numérica.

   i) Obténganse las fórmulas de diferenciación numérica de una función $f(x)$ cuando se consideran dos puntos, estimando el error cometido en cada fórmula.

   ii) Aplicar extrapolación de Richardson para estimar $f'(1)$, siendo $f(x) = \operatorname{sen} x$, con un error menor que 10^{-5}. (argumentos en radianes)[12]

10. Calcular $\int_0^1 x^x \, dx$ con una precisión de 10^{-4}.[13]

11. Encontrar el valor de $\int_0^{\pi/2} \cos x/(1+x) \, dx$ con una precisión de 10^{-4}.[14]

12. Calcular $\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - 0.25 \operatorname{sen}^2 x} \, dx$ con una precisión de 10^{-5}.[15]

13. Encontrar el valor correcto a cinco cifras significativas de : [16]

$$\int_0^1 e^{-e^{-x}} \, dx$$

14. Encontrar el valor correcto a cuatro cifras significativas de : [17]

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\operatorname{sen} x} \, dx$$

15. Encontrar el valor correcto a cuatro cifras significativas de : [18]

$$\int_0^1 \frac{(\operatorname{sen} x)^{3/2}}{x^2} \, dx$$

16. Usar el método de Romberg para calcular la integral $\int_0^4 f(x)dx$ donde $f(x)$ está definida por la siguiente tabla :

x	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
f(x)	−4271	−2522	−499	1795	4358	7187	10279	13633	17247

¿Es necesario usar todos los valores?[19]

17. Calcular $f'(1)$ para $f(x) = \cosh x$ para $h = 0.2$. Comparar con el valor exacto.

[11] $\simeq 0.284226985513$.
[12] Solución : $\cos 1 \simeq 0.54030231$.
[13] 0.7834
[14] 0.6736
[15] 1.46746
[16] 0.54003
[17] 3.1044
[18] 1.9049
[19] 20.271, sólo los valores en puntos enteros