Sistemas lineales

Question 1

Top 1 Bottom Focus Help

1.1

Aplicar a la siguiente matriz el método de Gauss, utilizando pivotación parcial por columnas, y resolver los dos sistemas lineales con vectores de términos independientes que aparecen en el último apartado.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 7 \\ 1 & 6 & -6 & 9 \\ -7 & 8 & 0 & -9 \\ 4 & -1 & -5 & 9 \end{bmatrix}$$

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 6 & -2/7 & -24/7 \\ 0 & 0 & -16/3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

1.2

Introducir el vector de permutaciones:
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

1.3

Entrar el valor del determinante:
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

448

1.4

Resolver los sistemas lineales A $\mathbf{x_i} = \mathbf{b}$ cuando $\mathbf{b}$ es uno de los vectores siguientes

$$\begin{bmatrix} -24 \\ 2 \\ 62 \\ -28 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 \\ 43 \\ 11 \\ 14 \end{bmatrix}$$

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 & -4 \\ 4 & 6 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Solution:

Reducción

Añadimos a la matriz de coeficientes los vectores de términos independientes a efectos de ir reflejando en dichos vectores las operaciones que se realizan con la matriz para reducirla a triangular superior. En cada etapa de la reducción se muestran los valores actuales de la matriz ampliada y del vector de permutaciones de filas o columnas, en su caso.

$$[\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 7 & -24 & 9 \\ 1 & 6 & -6 & 9 & 2 & 43 \\ -7 & 8 & 0 & -9 & 62 & 11 \\ 4 & -1 & -5 & 9 & -28 & 14 \end{bmatrix},[1,2,3,4]]$$

Explorando la fila 1
Máximo en columna 4 con valor = 7
Intercambio de columnas 1 y 4

$$[\begin{bmatrix} 7 & 0 & -2 & 1 & -24 & 9 \\ 9 & 6 & -6 & 1 & 2 & 43 \\ -9 & 8 & 0 & -7 & 62 & 11 \\ 9 & -1 & -5 & 4 & -28 & 14 \end{bmatrix},[4,2,3,1]]$$

Tratando la columna 1, filas 2 hasta 4
F2 = F2 - (9/7) F1
F3 = F3 - (-9/7) F1
F4 = F4 - (9/7) F1

$$[\begin{bmatrix} 7 & 0 & -2 & 1 & -24 & 9 \\ 0 & 6 & -24/7 & -2/7 & 230/7 & 220/7 \\ 0 & 8 & -18/7 & -40/7 & 218/7 & 158/7 \\ 0 & -1 & -17/7 & 19/7 & 20/7 & 17/7 \end{bmatrix},[4,2,3,1]]$$

Explorando la fila 2
Máximo en columna 2 con valor = 6

$$[\begin{bmatrix} 7 & 0 & -2 & 1 & -24 & 9 \\ 0 & 6 & -24/7 & -2/7 & 230/7 & 220/7 \\ 0 & 8 & -18/7 & -40/7 & 218/7 & 158/7 \\ 0 & -1 & -17/7 & 19/7 & 20/7 & 17/7 \end{bmatrix},[4,2,3,1]]$$

Tratando la columna 2, filas 3 hasta 4
F3 = F3 - (4/3) F2
F4 = F4 - (-1/6) F2

$$\left[\begin{bmatrix} 7 & 0 & -2 & 1 & -24 & 9 \\ 0 & 6 & -24/7 & -2/7 & 230/7 & 220/7 \\ 0 & 0 & 2 & -16/3 & -38/3 & -58/3 \\ 0 & 0 & -3 & 8/3 & 25/3 & 23/3 \end{bmatrix}, [4,2,3,1]\right]$$

Explorando la fila 3
Máximo en columna 4 con valor = 16/3
Intercambio de columnas 3 y 4

$$\left[\begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 & -2 & -24 & 9 \\ 0 & 6 & -2/7 & -24/7 & 230/7 & 220/7 \\ 0 & 0 & -16/3 & 2 & -38/3 & -58/3 \\ 0 & 0 & 8/3 & -3 & 25/3 & 23/3 \end{bmatrix}, [4,2,1,3]\right]$$

Tratando la columna 3, filas 4 hasta 4
F4 = F4 - (-1/2) F3

$$\left[\begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 & -2 & -24 & 9 \\ 0 & 6 & -2/7 & -24/7 & 230/7 & 220/7 \\ 0 & 0 & -16/3 & 2 & -38/3 & -58/3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}, [4,2,1,3]\right]$$

El resultado final es el que aparece arriba, en el que las dos últimas columnas corresponden a los vectores de términos independientes modificados por el proceso de reducción. La matriz triangular resultante y el vector de permutaciones si existe son

$$\left[\begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 6 & -2/7 & -24/7 \\ 0 & 0 & -16/3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, [4,2,1,3]\right]$$

Determinante

El valor del determinante viene dado por el producto de los elementos de la diagonal principal de la matriz triangular obtenida. Además, hay que considerar el número realizado de permutaciones de columnas (2) ya que el determinante cambia de signo en cada una. Por tanto, es

$$|A| = \prod_{i=1}^{4} u_{ii} \times (-1)^{\text{número de permutaciones}} = 448$$

Resolución del sistema

Por cada vector de términos independientes, debemos resolver el sistema triangular U $\mathbf{x_i} = \mathbf{v_i}$, i=1,2. Por sustitución hacia atrás, obteniendo las incógnitas en el orden: $x_3 \Rightarrow x_1 \Rightarrow x_2 \Rightarrow x_4$, ya que las columnas de la matriz triangular U están en el orden que indica el vector de permutaciones de columnas. Esto origina una reordenación de las incógnitas.
Resolvemos entonces el primer sistema triangular

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 6 & -2/7 & -24/7 \\ 0 & 0 & -16/3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24 \\ 230/7 \\ -38/3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_4 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Y ahora el segundo

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 6 & -2/7 & -24/7 \\ 0 & 0 & -16/3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 220/7 \\ -58/3 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_4 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ambos por sustitución hacia atrás, resultando los vectores solicitados.

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1.1	1.50	-
1.2	0.50	-
1.3	0.50	-
1.4	1.50	-
Total	4.00	0.00

New Version Click here to see a new version of this quiz.

New Quiz Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the administrator.
Mathematical questions can be sent to the teacher.