

# Sistemas lineales

## Question 1

[Top](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

### 1.1

Obtener la factorización de Cholesky de la siguiente matriz (entrar sólo los elementos de U, la triangular superior)

$$\begin{bmatrix} 28 & 10 & 19 & -16 \\ 10 & 6 & 5 & -8 \\ 19 & 5 & 21 & -8 \\ -16 & -8 & -8 & 24 \end{bmatrix}$$

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{7} & 5/7\sqrt{7} & 19/14\sqrt{7} & -8/7\sqrt{7} \\ 0 & 1/7\sqrt{119} & -\frac{25}{238}\sqrt{119} & -16/119\sqrt{119} \\ 0 & 0 & 1/34\sqrt{7854} & \frac{20}{3927}\sqrt{7854} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{38}{231}\sqrt{462} \end{bmatrix}$$

### 1.2

Entrar el valor del determinante:  
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

5776

### 1.3

Resolver el sistema lineal  $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$  cuando  $\mathbf{b}$  es el vector siguiente

$$\begin{bmatrix} -17 \\ 7 \\ -61 \\ -72 \end{bmatrix}$$

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 & -5 \end{bmatrix}$$

**Solution:****Factorización**

En cada etapa de la resolución se muestran los valores actuales de la matriz. Los nuevos elementos calculados aparecen con su valor definitivo en color diferente.

Calculando el elemento (1,1)

$$\begin{bmatrix} 2*7^{(1/2)} & 10 & 19 & -16 \\ & 10 & 6 & 5 & -8 \\ & 19 & 5 & 21 & -8 \\ & -16 & -8 & -8 & 24 \end{bmatrix}$$

Tratando la fila/columna 1

$$\begin{bmatrix} 2*7^{(1/2)} & 5/7*7^{(1/2)} & 19/14*7^{(1/2)} & -8/7*7^{(1/2)} \\ & 5/7*7^{(1/2)} & 6 & 5 & -8 \\ & 19/14*7^{(1/2)} & 5 & 21 & -8 \\ & -8/7*7^{(1/2)} & -8 & -8 & 24 \end{bmatrix}$$

Calculando el elemento (2,2)

$$\begin{bmatrix} 2*7^{(1/2)} & 5/7*7^{(1/2)} & 19/14*7^{(1/2)} & -8/7*7^{(1/2)} \\ & 5/7*7^{(1/2)} & 1/7*119^{(1/2)} & 5 & -8 \\ & 19/14*7^{(1/2)} & 5 & 21 & -8 \\ & -8/7*7^{(1/2)} & -8 & -8 & 24 \end{bmatrix}$$

Tratando la fila/columna 2

$$\begin{bmatrix} 2*7^{(1/2)} & 5/7*7^{(1/2)} & 19/14*7^{(1/2)} & -8/7*7^{(1/2)} \\ & 5/7*7^{(1/2)} & 1/7*119^{(1/2)} & -25/238*119^{(1/2)} & -16/119*119^{(1/2)} \\ & 19/14*7^{(1/2)} & -25/238*119^{(1/2)} & 21 & -8 \\ & -8/7*7^{(1/2)} & -16/119*119^{(1/2)} & -8 & 24 \end{bmatrix}$$

Calculando el elemento (3,3)

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{7} & 5\sqrt{7} & 19/14\sqrt{7} & -8/7\sqrt{7} \\ 5\sqrt{7} & 1/7\sqrt{119} & -25/238\sqrt{119} & -16/119\sqrt{119} \\ 19/14\sqrt{7} & -25/238\sqrt{119} & 1/34\sqrt{7854} & -8 \\ -8/7\sqrt{7} & -16/119\sqrt{119} & -8 & 24 \end{bmatrix}$$

Tratando la fila/columna 3

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{7} & 5\sqrt{7} & 19/14\sqrt{7} & -8/7\sqrt{7} \\ 5\sqrt{7} & 1/7\sqrt{119} & -25/238\sqrt{119} & -16/119\sqrt{119} \\ 19/14\sqrt{7} & -25/238\sqrt{119} & 1/34\sqrt{7854} & 20/3927\sqrt{7854} \\ -8/7\sqrt{7} & -16/119\sqrt{119} & 20/3927\sqrt{7854} & 24 \end{bmatrix}$$

Calculando el elemento (4,4)

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{7} & 5\sqrt{7} & 19/14\sqrt{7} & -8/7\sqrt{7} \\ 5\sqrt{7} & 1/7\sqrt{119} & -25/238\sqrt{119} & -16/119\sqrt{119} \\ 19/14\sqrt{7} & -25/238\sqrt{119} & 1/34\sqrt{7854} & 20/3927\sqrt{7854} \\ -8/7\sqrt{7} & -16/119\sqrt{119} & 20/3927\sqrt{7854} & 38/231\sqrt{462} \end{bmatrix}$$

La factorización final es la siguiente, en la que aparecen las matrices  $U^T$  y  $U$ , y el vector de permutaciones:

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{7} & 0 & 0 & 0 \\ 5\sqrt{7} & 1/7\sqrt{119} & 0 & 0 \\ 19/14\sqrt{7} & -\frac{25}{238}\sqrt{119} & 1/34\sqrt{7854} & 0 \\ -8/7\sqrt{7} & -16/119\sqrt{119} & \frac{20}{3927}\sqrt{7854} & \frac{38}{231}\sqrt{462} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\sqrt{7} & 5\sqrt{7} & 19/14\sqrt{7} & -8/7\sqrt{7} \\ 0 & 1/7\sqrt{119} & -\frac{25}{238}\sqrt{119} & -16/119\sqrt{119} \\ 0 & 0 & 1/34\sqrt{7854} & \frac{20}{3927}\sqrt{7854} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{38}{231}\sqrt{462} \end{bmatrix}$$

### Determinante

El valor del determinante viene dado por el producto de los elementos de la diagonal principal de  $U$  y coincide con la diagonal principal de  $U^T$ . Por tanto, es

$$|A| = |U^T U| = |U^T| |U| = |U|^2 = \prod_{i=1}^4 u_{ii}^2 = 5776$$

### Resolución del sistema

Queremos resolver  $Ax = b \Rightarrow U^T Ux = b$ . Llamando  $y = Ux$ , como en la factorización LU (Crout y Doolittle), podemos resolver el sistema en dos pasos:

[1]  $U^T y = b$ , de donde se obtiene el vector  $y$ ,

[2]  $U x = y$ , de donde ya se puede obtener el vector solución  $x$ .

Resolvemos entonces el primer sistema triangular

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{7} & 0 & 0 & 0 \\ 5/7\sqrt{7} & 1/7\sqrt{119} & 0 & 0 \\ 19/14\sqrt{7} & -\frac{25}{238}\sqrt{119} & 1/34\sqrt{7854} & 0 \\ -8/7\sqrt{7} & -16/119\sqrt{119} & \frac{20}{3927}\sqrt{7854} & \frac{38}{231}\sqrt{462} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 \\ 7 \\ -61 \\ -72 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17/14\sqrt{7} \\ \frac{183}{238}\sqrt{119} \\ \frac{1355}{7854}\sqrt{7854} \\ -\frac{190}{231}\sqrt{462} \end{bmatrix}$$

por sustitución hacia adelante ( $y_1 \Rightarrow y_2 \Rightarrow y_3 \Rightarrow y_4$ ). Resolvemos ahora

$$\begin{bmatrix} 2\sqrt{7} & 5/7\sqrt{7} & 19/14\sqrt{7} & -8/7\sqrt{7} \\ 0 & 1/7\sqrt{119} & -\frac{25}{238}\sqrt{119} & -16/119\sqrt{119} \\ 0 & 0 & 1/34\sqrt{7854} & \frac{20}{3927}\sqrt{7854} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{38}{231}\sqrt{462} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17/14\sqrt{7} \\ \frac{183}{238}\sqrt{119} \\ \frac{1355}{7854}\sqrt{7854} \\ -\frac{190}{231}\sqrt{462} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

por sustitución hacia atrás ( $x_4 \Rightarrow x_3 \Rightarrow x_2 \Rightarrow x_1$ ), resultando el vector pedido.

[Creative Commons License, Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0](#)

(cc) Jesús García Quesada 2010

#### Mark summary:

Question	Value	Your mark
<a href="#">1.1</a>	1.50	-
<a href="#">1.2</a>	0.50	-
<a href="#">1.3</a>	1.00	-
Total	3.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).  
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).