

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = x^{-1/6} - 0.9$ en el intervalo $[1,3]$ por el método de la secante. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 1.89 & 1.88 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ (la raíz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n=1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f'(\alpha)}{2f(\alpha)} \right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f'(\alpha)}{2f(\alpha)} \right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=1$, $x_1=b=3$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2 :

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 3 - (1/3 \cdot 3^{5/6} - 0.9) \frac{3 - (1)}{1/3 \cdot 3^{5/6} - 0.9 - (0.1)} = 2.195337069$$

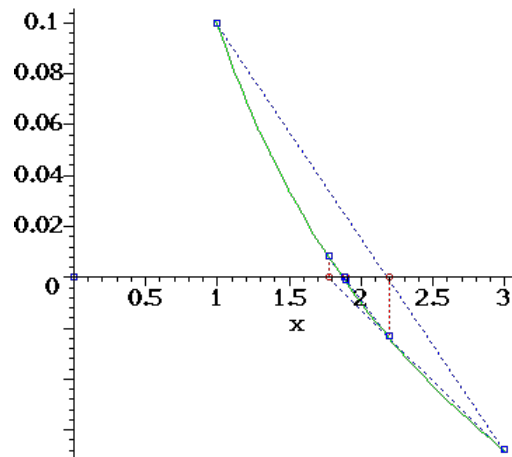
y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k = x_k - x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^{1.618}$
0	1.0000000000000000	0.1000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	3.0000000000000000	-0.067316822344396	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	2.195337068907101	-0.022831289495144	0.3665327491	0.8046629311	0.0000000000
3	1.782360284116228	0.008170555673330	0.2317021920	0.4129767848	0.5870055333
4	1.891200573898657	-0.000756995125925	0.0575508972	0.1088402898	0.4552207038
5	1.881971663224030	-0.000023533247446	0.0049038521	0.0092289107	0.3339063860
6	1.881675552076422	0.000000069439362	0.0001573657	0.0002961111	0.5805522886
7	1.881676423238646	-0.000000000006355	0.0000004630	0.0000008712	0.4459490442
8	1.881676423158921	-0.000000000000000	0.0000000000	0.0000000001	0.0000000000

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 7. Como es $f(x) = -1/6 x^{-7/6}$ y $f'(x) = 7/36 x^{-13/6}$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = 1.8816764232386461987$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.4849174399034042812, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



(cc) Jesús García Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).