Raices

Question 1 Top 1 Bottom Focus Help

Obtener una raiz de la función $f(x) = \ln(2x) - 1.2$ en el intervalo [1,3] por el método de la secante. Entrar también la quinta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 1.66 & 1.66 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ (la raiz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n=1,2,\ldots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=1$, $x_1=b=3$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2:

$$x_2 = x_1 - f(x_1)\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 3 - (\ln(6) - 1.2)\frac{3 - (1)}{\ln(6) - 1.2 - (\ln(2) - 1.2)} = 1.922714637$$

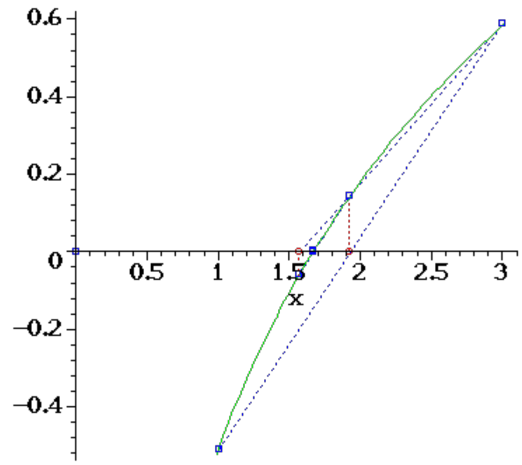
y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k = x_k - x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$\lvert e_k \rvert / \lvert x_k \rvert$	$\lvert e_k \rvert$	$\lvert e_k \rvert / \lvert e_{k-1} \rvert^{1.618}$
0	1.000000000000000	-0.506852819440055	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	3.000000000000000	0.591759469228055	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	1.922714636761495	0.146885241335172	0.5602939420	1.0772853632	0.0000000000
3	1.567024622269946	-0.057674143190291	0.2269843176	0.3556900145	0.3153265249
4	1.667309030510277	0.004358148377546	0.0601474630	0.1002844082	0.5340715565
5	1.660263436674883	0.000123467129492	0.0042436602	0.0070455938	0.2910193967
6	1.660058014071513	-0.000000269446427	0.0001237442	0.0002054226	0.6233293071
7	1.660058461395888	0.000000000016635	0.0000002695	0.0000004473	0.4137687907
8	1.660058461368274	0.000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 7. Como es $f'(x)=x^{-1}$ y $f''(x)=-x^{-2}$, siendo la aproximación a la raiz α = 1.660058461395888106, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.47635114363153610723, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

New Version Click here to see a new version of this quiz.
New Quiz Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the administrator.
Mathematical questions can be sent to the teacher.