Raices

Question 1 Top 1 Bottom Focus Help

Obtener una raiz de la función $f(x) = 4\,x^{-1}-1.3$ en el intervalo [1,5] por el método de la secante. Entrar también la sexta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 3.7 & 3.8 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ (la raiz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\,\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \qquad n=1,2,\ldots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=1$, $x_1=b=5$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2:

$$x_2 = x_1 - f(x_1)\,\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 5 - (-0.5)\,\frac{5 - (1)}{-0.5 - (2.7)} = 4.375$$

y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k=x_k-x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

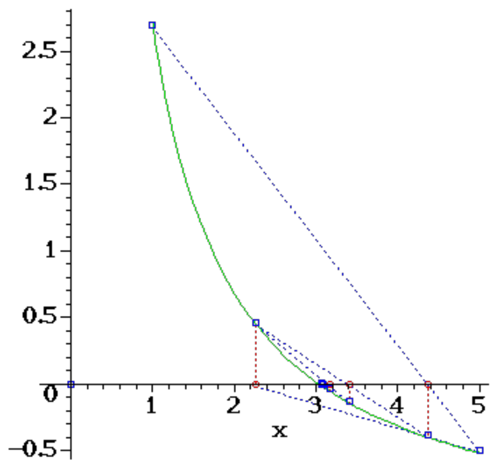
MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$\|e_k\| / \|x_k\|$	$\|e_k\|$	$\|e_k\| / \|e_{k-1}\|^{1.618}$
0	1.000000000000000	2.700000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	5.000000000000000	-0.500000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	4.375000000000000	-0.385714285714286	0.1428571429	0.6250000000	0.0000000000
3	2.265625000000000	0.465517241379310	0.9310344828	2.1093750000	4.5125281741
4	3.419189453125000	-0.130132095680114	0.3373795073	1.1535644531	0.3447950524
5	3.167169094085693	-0.037042487731546	0.0795727514	0.2520203590	0.2000100823
6	3.066884419313283	0.004255215752687	0.0326992025	0.1002846748	0.9326350386
7	3.077217510304833	-0.000124386201171	0.0033579332	0.0103330910	0.4268081648
8	3.076924037530747	-0.000000405856614	0.0000953786	0.0002934728	0.4792291939
9	3.076923076831156	0.000000000038837	0.0000003122	0.0000009607	0.4989567218

10	3.076923076923077	-0.000000000000000	0.0000000000	0.0000000001	0.0000000000

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 8. Como es $f'(x)=-4\ x^{-2}$ y $f''(x)=8\ x^{-3}$, siendo la aproximación a la raiz α = 3.769230768311555594, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.49927970974047544779, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

New Version Click here to see a new version of this quiz.
New Quiz Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the administrator.
Mathematical questions can be sent to the teacher.