Raices

Question 1

Top 1 Bottom Focus Help

Obtener una raiz de la función $f(x) = \ln(x) - 1.1$ en el intervalo [1,5] por el método de la secante. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 3.3 & 3 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ (la raiz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n=1,2,\ldots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=1$, $x_1=b=5$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2:

$$x_2 = x_1 - f(x_1)\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 5 - (\ln(5) - 1.1)\frac{5 - (1)}{\ln(5) - 1.1 - (-1.1)} = 3.733873712$$

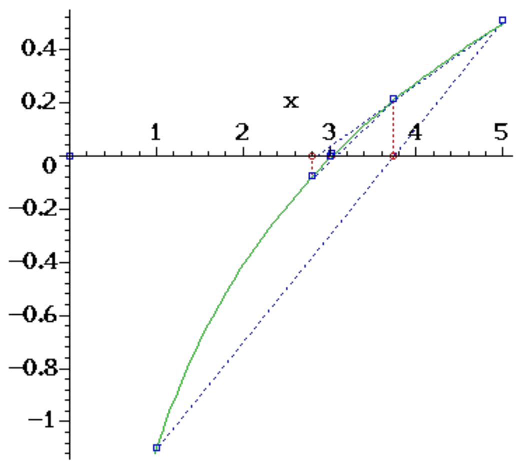
y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k = x_k - x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$\|e_k\| / \|x_k\|$	$\|e_k\|$	$\|e_k\| / \|e_{k-1}\|^{1.618}$
0	1.000000000000000	-1.100000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	5.000000000000000	0.509437912434100	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	3.733873712062292	0.217446223460893	0.3390918884	1.2661262879	0.0000000000
3	2.790989410441378	-0.073603839633816	0.3378315583	0.9428843016	0.6436511909
4	3.029436034337712	0.008376474916163	0.0787099055	0.2384466239	0.2622511965
5	3.005072354167961	0.000301645623412	0.0081075187	0.0243636802	0.2478129309
6	3.004162217590829	-0.000001267026517	0.0003029585	0.0009101366	0.3709851902
7	3.004166024520576	0.000000000191116	0.0000012672	0.0000038069	0.3167673670
8	3.004166023946433	0.000000000000000	0.0000000002	0.0000000006	0.3370154026
9	3.004166023946433	0.000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 7. Como es $f'(x)=x^{-1}$ y $f''(x)=-x^{-2}$, siendo la aproximación a la raiz $\alpha = 3.41660239464334759$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.33016427096145895012, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

New Version Click here to see a new version of this quiz.
New Quiz Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the administrator.
Mathematical questions can be sent to the teacher.