# Raices

**Question 1** Top 1 Bottom Focus Help

Obtener una raiz de la función $f(x) = \sin( x ) +\cos( x ) -1.1$ en el intervalo [0,1] por el método de la secante. Entrar también la sexta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\left[ \begin{matrix} 0.106 & 0.106 \end{matrix} \right]$$

**Solution:**

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1},f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ (la raiz $\alpha$ no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores $x_n$ y $x_{n-1}$). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n=1,2,\ldots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left( \frac{f''(\alpha)}{2\, f'(\alpha)} \right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left( \frac{f''(\alpha)}{2\, f'(\alpha)} \right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=0$, $x_1=b=1$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular $x_2$:

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 1 - (\sin( 1 ) +\cos( 1 ) -1.1) \frac{1 - (0)}{\sin( 1 ) +\cos( 1 ) -1.1 - (-0.1)} = 0.2619355582$$

y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k=x_k-x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

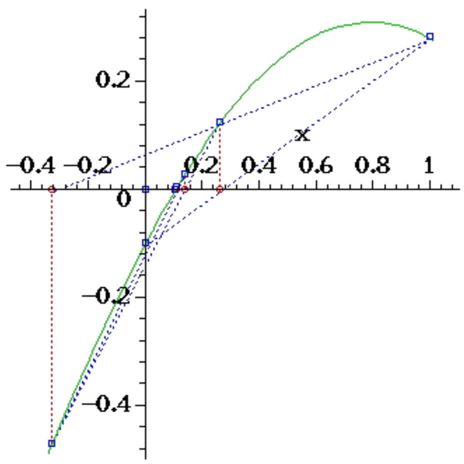
| MÉTODO DE LA SECANTE | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | $x_k$ | $f(x_k)$ | $\|e_k\| / \|x_k\|$ | $\|e_k\|$ | $\|e_k\| / \|e_{k-1}\|^{1.618}$ |
| 0 | 0.000000000000000 | -0.100000000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 1 | 1.000000000000000 | 0.281773290676036 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 2 | 0.261935558202414 | 0.124841147051995 | 2.8177329068 | 0.7380644418 | 0.0000000000 |
| 3 | -0.325202356213901 | -0.471914449435190 | 1.8054540602 | 0.5871379144 | 0.9597620571 |
| 4 | 0.139106428245485 | 0.028998522659110 | 3.3377953148 | 0.4643087845 | 1.0989688351 |
| 5 | 0.112226971020259 | 0.005700698568256 | 0.2395097808 | 0.0268794572 | 0.0930094187 |
| 6 | 0.105649889713361 | -0.000122303225947 | 0.0622535558 | 0.0065770813 | 2.2868140411 |
| 7 | 0.105788031223458 | 0.000000490045464 | 0.0013058331 | 0.0001381415 | 0.4685397746 |
| 8 | 0.105787479925984 | 0.000000000041718 | 0.0000052114 | 0.0000005513 | 0.9690394297 |
| 9 | 0.105787479879048 | -0.000000000000000 | 0.0000000004 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0.105787479879048 | 0.000000000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 8. Como es f'(x)=cos( x ) −sin( x ) y f''(x)=−sin( x ) −cos( x ) , siendo la aproximación a la raiz α = 0.10578747987904779093, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.74332265749842326953, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

*Sugerencia:* asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.






**Mark summary:**

| Question | Value | Your mark |
|---|---|---|
| 1 | 1.50 | - |
| Total | 1.50 | 0.00 |

New Version Click here to see a new version of this quiz.
New Quiz Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the administrator.
Mathematical questions can be sent to the teacher.