Raices

Question 1

Top 1 Bottom Focus Help

Obtener una raiz de la función $f(x) = 3^x - 3.7$ en el intervalo [0,2] por el método de la secante. Entrar también la quinta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 1.18 & 1.19 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ (la raiz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \qquad n=1,2,\ldots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=0$, $x_1=b=2$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2:

$$x_2 = x_1 - f(x_1)\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 2 - (5.3)\frac{2-(0)}{5.3-(-2.7)} = 0.675$$

y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k = x_k - x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

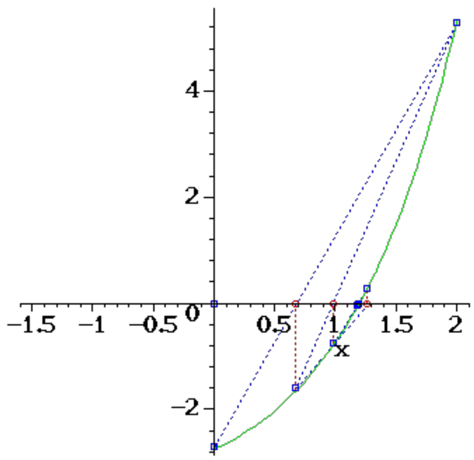
MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$\lvert e_k \rvert / \lvert x_k \rvert$	$\lvert e_k \rvert$	$\lvert e_k \rvert / \lvert e_{k-1} \rvert^{1.618}$
0	0.000000000000000	-2.700000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	2.000000000000000	5.300000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	0.675000000000000	-1.600785357853985	1.9629629630	1.3250000000	0.0000000000
3	0.982362204323963	-0.757571709495749	0.3128807307	0.3073622043	0.1949418895
4	1.258506822022515	0.285293895837512	0.2194224242	0.2761446177	1.8625937231
5	1.182962693042823	-0.032107114238341	0.0638601111	0.0755441290	0.6059568888
6	1.190604458198540	-0.001184294867014	0.0064183912	0.0076417652	0.4991889060
7	1.190897125666540	0.000005169446077	0.0002457538	0.0002926675	0.7786944239
8	1.190895853725316	-0.000000000827493	0.0000010681	0.0000012719	0.6635492805
9	1.190895853928888	-0.000000000000001	0.0000000002	0.0000000002	0.7041906612

10	1.190895853928888	-0.000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 8. Como es $f'(x)=3^x \ln(3)$ y $f''(x)=3^x (\ln(3))^2$, siendo la aproximación a la raiz α = 1.190895853928888098, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.6905662262782715342, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

New Version Click here to see a new version of this quiz.
New Quiz Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the administrator.
Mathematical questions can be sent to the teacher.