Raices

Question 1 Top 1 Bottom Focus Help

Obtener una raiz de la función f(x) = cos(10 x) +0.1 en el intervalo [0,1] por el método de la secante. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con cuatro cifras decimales correctas.
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 0.773 & 0.795 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dados los puntos $(x_n, f(x_n))$ (aproximación actual) y $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$ (aproximación anterior), se quiere obtener una nueva aproximación a una raíz de la función $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ (la raiz α no ha de estar necesariamente en el intervalo definido por los valores x_n y x_{n-1}). Para ello se obtiene el punto de intersección con el eje x de la recta que los une, tomando ese punto como siguiente aproximación, sin tener en cuenta los signos de $f(x_{n-1})$, $f(x_n)$ y $f(x_{n+1})$. La fórmula que proporciona ese punto de intersección es: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \qquad n=1,2,\ldots$$

Tiene orden de convergencia $[(1+\sqrt{5})/2] \approx 1.618$ (*superlineal*) y constante de error asintótico

$$\left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{[(\sqrt{5}-1)/2]} \approx \left(\frac{f''(\alpha)}{2\,f'(\alpha)}\right)^{0.618}$$

Llamando $x_0=a=0$, $x_1=b=1$ para arrancar el proceso, usamos la fórmula para calcular x_2:

$$x_2 = x_1 - f(x_1)\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 1 - (\cos(\ 10\ ) + 0.1)\frac{1 - (0)}{\cos(\ 10\ ) + 0.1 - (1.1)} = 0.5981279045$$

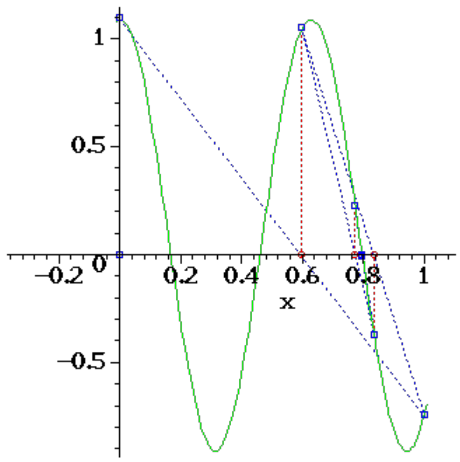
y las iteraciones que se obtienen son, llamando $e_k=x_k-x_{k-1}$ para la estimación del error absoluto:

MÉTODO DE LA SECANTE					
k	x_k	$f(x_k)$	$\lvert e_k \rvert / \lvert x_k \rvert$	$\lvert e_k \rvert$	$\lvert e_k \rvert / \lvert e_{k-1} \rvert^{1.618}$
0	0.000000000000000	1.100000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	1.000000000000000	-0.739071529076452	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
2	0.598127904547791	1.054771414848328	0.6718832083	0.4018720955	0.0000000000
3	0.834426851534068	-0.370878993657133	0.2831871320	0.2362989470	1.0328747074
4	0.772954336857497	0.224117361984038	0.0795292966	0.0614725147	0.6344827352
5	0.796109197712051	-0.006905654452864	0.0290850312	0.0231548609	2.1113311295
6	0.795417061186298	-0.000021448649252	0.0008701555	0.0006921365	0.3063378984
7	0.795414904743856	0.000000007658900	0.0000027111	0.0000021564	0.2794522362
8	0.795414905513605	-0.000000000000008	0.0000000010	0.0000000008	1.1333430077
9	0.795414905513604	0.000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 7. Como es f'(x)=−10 sin(10 x) y f''(x)=−100 cos(10 x) , siendo la aproximación a la raiz α = 0.79541490551360512315, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.65360021675280358503, que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las diferentes secantes que unen los puntos de las dos últimas aproximaciones obtenidas, junto a su intersección con el eje x, que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

Sugerencia: asignar sobre la curva a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.50	-
Total	1.50	0.00

New Version Click here to see a new version of this quiz.
New Quiz Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the administrator.
Mathematical questions can be sent to the teacher.