# Raices

**Question 1**

Top 1 Bottom Focus Help

Obtener una raiz de la función f(x) = cos( π x ) +0.3 en el intervalo [0,1] por el método de bisección. Entrar también la séptima iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con tres cifras decimales correctas.
You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 0.609 & 0.597 \end{bmatrix}$$

**Solution:**

Dada una función continua, el metodo de bisección localiza la raíz real de f(x)=0 obteniendo una sucesión de intervalos de longitudes cada vez más pequeñas. Suponemos que se conoce un intervalo [a,b] en cuyos extremos la función tiene valores con signos diferentes, o sea, se verifica que f(a).f(b) < 0 ⇒ por el teorema del valor intermedio para funciones continuas, existe una raiz de f(x), o sea, ∃α ∈ ]a,b[ , tal que f(α)=0.

La función se evalúa entonces en el punto medio m=(a+b)/2 y si f(m) ≠ 0, su signo decide cuál de los subintervalos ]a,m[ ó ]m,b[ contiene la raiz. Se continúa la búsqueda de la raiz en el subintervalo en el que f(m) tiene signo contrario a f(a) ó f(b). Y así sucesivamente. El método genera por tanto una sucesión de aproximaciones $\{x_n\}$ que converge a una raiz concreta α ∈ ]a,b[ con la propiedad:

$$|x_n - \alpha| \le \frac{b-a}{2^{n+1}}, \qquad n=0,1,2,\ldots$$

Terminamos las iteraciones cuando $|x_n - \alpha| < \epsilon$, o cuando $|f(x_n)| < \epsilon$, siendo ϵ la tolerancia con la cual se quiere calcular la raiz. Como en general no se conoce a priori el valor de α, en la práctica usaremos los criterios del error absoluto o error relativo: $|e_n| = |x_n - x_{n-1}| < \epsilon$, o bien $|x_n - x_{n-1}|/|x_n| < \epsilon$, respectivamente. Tiene orden de convergencia 1 (*lineal*) y constante de error asintótico 1/2 (ver tabla). Llamando $x_0$=a, $x_1$=b para arrancar el proceso, las iteraciones sucesivas son:

| MÉTODO DE BISECCIÓN | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | $x_k$ | $f(x_k)$ | $\lvert x_k - x_{k-1} \rvert / \lvert x_k \rvert$ | $\lvert e_k \rvert$ | $\lvert e_k \rvert / \lvert e_{k-1} \rvert$ |
| 0 | 0.000000000000000 | 1.300000000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 1 | 1.000000000000000 | -0.700000000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 2 | 0.500000000000000 | 0.300000000000000 | 1.0000000000 | 0.5000000000 | 0.0000000000 |
| 3 | 0.750000000000000 | -0.407106781186548 | 0.3333333333 | 0.2500000000 | 0.5000000000 |
| 4 | 0.625000000000000 | -0.082683432365090 | 0.2000000000 | 0.1250000000 | 0.5000000000 |
| 5 | 0.562500000000000 | 0.104909677983872 | 0.1111111111 | 0.0625000000 | 0.5000000000 |
| 6 | 0.593750000000000 | 0.009715322745538 | 0.0526315789 | 0.0312500000 | 0.5000000000 |
| 7 | 0.609375000000000 | -0.036889853392220 | 0.0256410256 | 0.0156250000 | 0.5000000000 |
| 8 | 0.601562500000000 | -0.013681740398891 | 0.0129870130 | 0.0078125000 | 0.5000000000 |
| 9 | 0.597656250000000 | -0.002005949319228 | 0.0065359477 | 0.0039062500 | 0.5000000000 |
| 10 | 0.595703125000000 | 0.003849111756376 | 0.0032786885 | 0.0019531250 | 0.5000000000 |
| 11 | 0.596679687500000 | 0.000920173691960 | 0.0016366612 | 0.0009765625 | 0.5000000000 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 0.597167968750000 | -0.000543241417273 | 0.0008176615 | 0.0004882812 | 0.5000000000 |
| 13 | 0.596923828125000 | 0.000188377951617 | 0.0004089980 | 0.0002441406 | 0.5000000000 |
| 14 | 0.597045898437500 | -0.000177453806162 | 0.0002044572 | 0.0001220703 | 0.5000000000 |
| 15 | 0.596984863281250 | 0.000005456557756 | 0.0001022390 | 0.0000610352 | 0.5000000000 |
| 16 | 0.597015380859375 | -0.000086000003366 | 0.0000511169 | 0.0000305176 | 0.5000000000 |
| 17 | 0.597000122070312 | -0.000040272067543 | 0.0000255591 | 0.0000152588 | 0.5000000000 |
| 18 | 0.596992492675781 | -0.000017407841071 | 0.0000127797 | 0.0000076294 | 0.5000000000 |
| 19 | 0.596988677978516 | -0.000005975663201 | 0.0000063899 | 0.0000038147 | 0.5000000000 |
| 20 | 0.596986770629883 | -0.000000259558108 | 0.0000031950 | 0.0000019073 | 0.5000000000 |
| 21 | 0.596985816955566 | 0.000002598498478 | 0.0000015975 | 0.0000009537 | 0.5000000000 |
| 22 | 0.596986293792725 | 0.000001169469848 | 0.0000007987 | 0.0000004768 | 0.5000000000 |
| 23 | 0.596986532211304 | 0.000000454955786 | 0.0000003994 | 0.0000002384 | 0.5000000000 |
| 24 | 0.596986651420593 | 0.000000097698818 | 0.0000001997 | 0.0000001192 | 0.5000000000 |
| 25 | 0.596986711025238 | -0.000000080929650 | 0.0000000998 | 0.0000000596 | 0.5000000000 |
| 26 | 0.596986681222916 | 0.000000008384582 | 0.0000000499 | 0.0000000298 | 0.5000000000 |
| 27 | 0.596986696124077 | -0.000000036272534 | 0.0000000250 | 0.0000000149 | 0.5000000000 |
| 28 | 0.596986688673496 | -0.000000013943976 | 0.0000000125 | 0.0000000075 | 0.5000000000 |
| 29 | 0.596986684948206 | -0.000000002779697 | 0.0000000062 | 0.0000000037 | 0.5000000000 |
| 30 | 0.596986683085561 | 0.000000002802443 | 0.0000000031 | 0.0000000019 | 0.5000000000 |

La convergencia con la tolerancia pedida se produjo en la iteración: 13. A continuación aparecen la gráfica de la función, los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución. También aparecen la iteración pedida, dentro de un cuadrado algo mayor, y el punto donde se ha producido la convergencia, en un círculo rojo.
*Sugerencia:* asignar a cada uno de los puntos obtenidos el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.