

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener la cuarta iteración en el cálculo del valor $8^{(1/2)}$ usando Newton-Raphson. Dar la función de iteración y el resultado numérico con seis decimales correctos. Entrar también el valor correcto a seis decimales del valor pedido. En la función de iteración sustituir x_n por x . Partir de $x_0 = 1$.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\left[\begin{array}{l} 1/2 \frac{x^2+8}{x} \\ 2.83 \ 2.83 \end{array} \right]$$

Solution:

Sabemos que la función de iteración de Newton-Raphson es :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n \geq 0$$

Como es $8^{1/2} = x = x^2 = 8$, la función a elegir es por tanto

$$f(x) = x^2 - 8$$

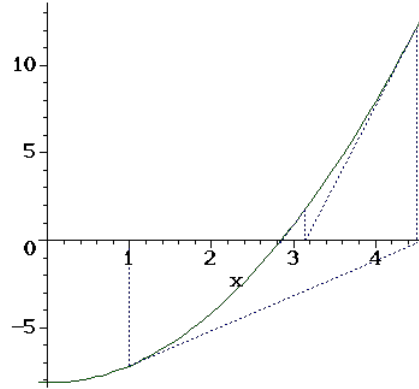
de la cual el valor pedido es un cero. Como su derivada es $2x$, la función de iteración que resulta es, una vez sustituido x_n por x :

$$x - 1/2 \frac{x^2 - 8}{x}, \quad \text{o bien} \quad 1/2 \frac{x^2 + 8}{x}$$

Las iteraciones que se obtienen son las siguientes:

NEWTON-RAPHSON				
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x_{k-1} / x_k $
0	1.0000000000000000	-7.0000000000000000	2.0000000000000000	0.0000000000000000
1	4.5000000000000000	12.2500000000000000	2.0000000000000000	0.7777777777777778
2	3.1388888888888889	1.852623456790123	9.0000000000000000	0.433628318584071
3	2.843780727630285	0.087088826841434	6.277777777777778	0.103773177162121
4	2.828468571880147	0.000234462113716	5.687561455260570	0.005413585253295
5	2.828427125049864	0.000000001717840	5.656937143760293	0.000014653667374
6	2.828427124746190	0.0000000000000000	5.656854250099728	0.000000000107365
7	2.828427124746190	0.0000000000000000	5.656854249492380	0.0000000000000000

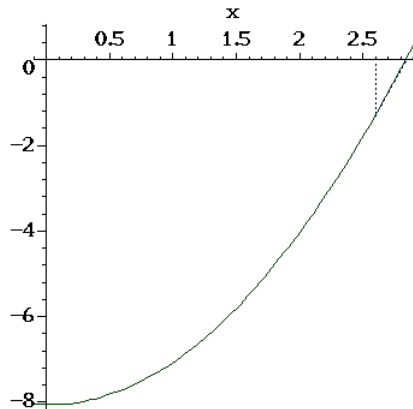
La convergencia se produjo en la iteración: 6. A continuación aparecen la función $f(x) = x^2 - 8$, así como los puntos obtenidos en las diferentes iteraciones, por los cuales se puede apreciar la convergencia a la raíz pedida:



Si se parte de un valor más próximo al de la raíz, en general, el número de iteraciones necesario es menor:

NEWTON-RAPHSON				
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x_{k-1} / x_k $
0	2.600000000000000	-1.240000000000000	5.200000000000000	0.000000000000000
1	2.838461538461538	0.056863905325444	5.200000000000000	0.084010840108401
2	2.828444861371691	0.000100333819922	5.676923076923077	0.003541407939977
3	2.828427124801802	0.000000000314586	5.656889722743381	0.000006270824422
4	2.828427124746190	0.000000000000000	5.656854249603603	0.00000000019662
5	2.828427124746190	0.000000000000000	5.656854249492380	0.000000000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 4. A continuación aparecen la función $f(x) = x^2 - 8$, así como los puntos obtenidos en las diferentes iteraciones, por los cuales se puede apreciar la convergencia a la raíz pedida:



(cc) Jesús Garcia Quesada 2011

Mark summary: