

Raices

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Obtener una raíz de la función $f(x) = \sin(x) + \cos(x) - 1.2$ en el intervalo $[0,1]$ por el método de Newton-Raphson, tomando como aproximación inicial $x_0 = 0$. Entrar también la cuarta iteración resultante del proceso iterativo y dar los resultados con seis cifras decimales correctas.

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} 0.228 & 0.228 \end{bmatrix}$$

Solution:

Dada x_n , la aproximación más reciente a un cero α de la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, se quiere obtener una nueva aproximación a esa raíz. Consideramos el punto de intersección con el eje x de la tangente a f en el punto $(x_n, f(x_n))$, tomando ese punto de intersección x_{n+1} como siguiente aproximación. El punto de intersección viene definido por: (ver apuntes de clase, donde se obtuvo analíticamente)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n=0,1,2,\dots$$

Tiene orden de convergencia 2 (*cuadrática*) y constante de error asintótico

$$\frac{f''(\alpha)}{2 f'(\alpha)}$$

Partiendo de $x_0=0$ para comenzar el proceso, obtenemos el valor de la primera iteración:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0 - \frac{-0.2}{1} = 0.2$$

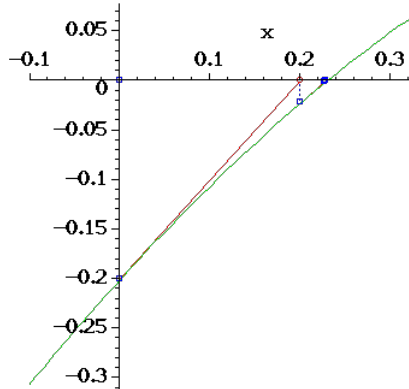
y las iteraciones que se obtienen son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	0.0000000000000000	-0.2000000000000000	1.0000000000000000	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	0.2000000000000000	-0.021264091363697	0.781397247046180	1.0000000000	0.2000000000	0.0000000000
2	0.227212907959529	-0.000439049398197	0.749035063125419	0.1197683186	0.0272129080	0.6803226990
3	0.227799061291745	-0.000000206095149	0.748331807842160	0.0025731157	0.0005861533	0.7915189788
4	0.227799336697851	-0.000000000000046	0.748331477354861	0.0000012090	0.0000002754	0.8015877806
5	0.227799336697912	0.000000000000000	0.748331477354788	0.0000000000	0.0000000000	0.8017852876
6	0.227799336697912	0.000000000000000	0.748331477354788	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 5. Como es $f(x)=\cos(x) - \sin(x)$ y $f'(x)=-\sin(x) - \cos(x)$, siendo la aproximación a la raíz $\alpha = 0.22779933669791168155$, la constante de error asintótico vale aproximadamente 0.80178372573727315415 , que es el valor hacia el que tiende la última columna de la tabla.

Sigue una gráfica con la representación de la función, y las tangentes trazadas desde los diferentes puntos (inicial y siguientes), junto a su intersección con el eje x , que produce la siguiente aproximación. Aparecen los diferentes puntos de la sucesión $\{x_n\}$ sobre el eje x con un pequeño círculo y los puntos correspondientes sobre la curva con un cuadrado, y ambas sucesiones de puntos se van aproximando progresivamente a la solución.

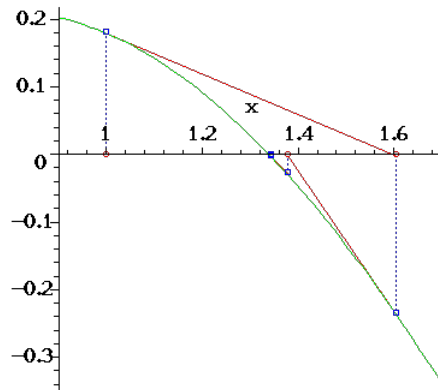
Sugerencia: asignar a cada uno de los puntos obtenidos sobre la curva el número de iteración que le corresponde, y seguir así gráficamente la convergencia del proceso.



Partiendo ahora de $x_0 = 1$, las iteraciones son:

NEWTON-RAPHSON						
k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ e_k / x_k $	$ e_k $	$ e_k / e_{k-1} ^2$
0	1.0000000000000000	0.181773290676036	-0.301168678939757	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
1	1.603559743715569	-0.233294228367783	-1.032220882899082	0.3763874381	0.6035597437	0.0000000000
2	1.377547819104477	-0.026566513638859	-0.789337603998656	0.1640682969	0.2260119246	0.6204271904
3	1.343891100478280	-0.000669570513396	-0.749404110548827	0.0250442306	0.0336567186	0.6588841569
4	1.342997629914173	-0.000000478795587	-0.748332245135261	0.0006652808	0.0008934706	0.7887451558
5	1.342996990097313	-0.000000000000246	-0.748331477355182	0.0000004764	0.0000006398	0.8014845997
6	1.342996990096985	0.000000000000000	-0.748331477354788	0.0000000000	0.0000000000	0.8017835128
7	1.342996990096985	0.000000000000000	-0.748331477354788	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000

La convergencia se produjo en la iteración: 5. La gráfica correspondiente es:



(cc) Jesus Garcia Quesada 2011

Mark summary:

Question	Value	Your mark
----------	-------	-----------