

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la siguiente tabla de valores, obtener la función racional resultante por el algoritmo de Thiele.

x_k	7	6	2	-7	3
y_k	-129	-99	-19	-73	-33

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

0

Solution:

Sabemos que si tenemos los $2n+1$ puntos (x_i, y_i) , $i=0,1,\dots, 2n$, y queremos calcular la función racional $p(x)/q(x)$ (en la que tanto $p(x)$ como $q(x)$ son de grado n) que interpola en dichos puntos utilizando el algoritmo de Thiele en fracciones continuas, hemos de usar:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{\varphi[x_0,x_1] + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0,x_1,x_2] + \frac{x-x_2}{\varphi[x_0,x_1,x_2,x_3] + \dots + [(x-x_{2n-1})/(\varphi[x_0,\dots,x_{2n}])]}}$$

O también:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{|\varphi[x_0,x_1]|} + \frac{x-x_1}{|\varphi[x_0,x_1,x_2]|} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{|\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]|}$$

en las que aparecen las diferencias inversas $\varphi[x_0,\dots,x_i]$, obtenidas a partir de los valores en los puntos conocidos. Las diferencias inversas se definen recursivamente como:

$$\varphi[x_i] = f(x_i) = y_i, \quad \varphi[x_i,x_j] = \frac{x_i-x_j}{y_i-y_j}, \quad \varphi[x_i,x_j,x_k] = \frac{x_j-x_k}{\varphi[x_i,x_j] - \varphi[x_i,x_k]}, \quad \varphi[x_i,\dots,x_l,x_m,x_n] = \frac{x_m-x_n}{\varphi[x_i,\dots,x_l,x_m] - \varphi[x_i,\dots,x_l,x_n]}$$

Calculamos entonces la tabla de diferencias inversas, y observamos que la columna 5 tiene sus 2 elementos iguales, por lo que paramos los cálculos en dicha columna

x_k	y_k	$\varphi[x_0,x_k]$	$\varphi[x_0,x_1,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_2,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_3,x_k]$
7	-129				
6	-99	-1/30			
2	-19	-1/22	330		
-7	-73	-1/4	60	1/30	
3	-33	-1/24	360	1/30	

A efectos de notación, se ha expresado la diferencia inversa por $\varphi[x_0,\dots,x_i,x_k]$, en la que $k > i$. La diagonal de la tabla de diferencias inversas, en color rojo, es entonces: [-129, -1/30, 330, 1/30], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, la ecuación es

$$-129 + (x-7) \left(-1/30 + \frac{x-6}{270+30x} \right)^{-1}$$

siendo las sucesivas funciones racionales las siguientes:

$$\Phi^{0,0}(x) = -129 \text{ (interpola en el primer punto)}$$

$$\Phi^{1,0}(x) = -129 + (x-7)/(-1/30) = 81-30x \text{ (interpola en los 2 primeros puntos)}$$

$$\phi^{1,1}(x) = -129 + (x-7) \left(-\frac{17}{330} + \frac{1}{330}x \right)^{-1} = 3 \left[\frac{-39+67x}{-17+x} \right] \text{ (interpola en los 3 primeros puntos)}$$

$$\phi^{2,1}(x) = -129 + (x-7) \left(-\frac{1}{30} + \frac{(x-6)}{(270+30x)} \right)^{-1} = -3 - 4x - 2x^2 \text{ (interpola en todos los puntos)}$$

La ecuación en fracciones continuas es

$$R(x) = -129 + \frac{x-7}{-1/30 + \frac{x-6}{330 + \frac{x-2}{1/30}}}$$

O también:

$$R(x) = -129 + \frac{x-7}{-1/30} + \frac{x-6}{330} + \frac{x-2}{1/30}$$

y la ecuación simplificada

$$R(x) = -3 - 4x - 2x^2$$



(cc) Jesús García Quesada 2010

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.00	-
Total	1.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).