

# Interpolación y Aproximación

**Question 1**

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la siguiente tabla de valores, obtener la función racional resultante por el algoritmo de Thiele.

<b>x<sub>k</sub></b>	-6	-4	1	5	-3	0	2
<b>y<sub>k</sub></b>	-7/85	-10/57	0	-4/3	-4/13	2	1/3

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\frac{-4x+4}{2+x^3-4x^2-3x}$$

This can be entered as:

$(-4*x+4)/(2+x^3-4*x^2-3*x)$

**Solution:**

Sabemos que si tenemos los  $2n+1$  puntos  $(x_i, y_i)$ ,  $i=0,1,\dots, 2n$ , y queremos calcular la función racional  $p(x)/q(x)$  (en la que tanto  $p(x)$  como  $q(x)$  son de grado  $n$ ) que interpola en dichos puntos utilizando el algoritmo de Thiele en fracciones continuas, hemos de usar:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{\varphi[x_0,x_1]} + \frac{x-x_1}{\varphi[x_0,x_1,x_2]} + \frac{x-x_2}{\varphi[x_0,x_1,x_2,x_3]} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]}$$

O también:

$$\Phi^{n,n}(x) = y_0 + \frac{x-x_0}{|\varphi[x_0,x_1]|} + \frac{x-x_1}{|\varphi[x_0,x_1,x_2]|} + \dots + \frac{x-x_{2n-1}}{|\varphi[x_0,\dots,x_{2n}]|}$$

en las que aparecen las diferencias inversas  $\varphi[x_0,\dots,x_i]$ , obtenidas a partir de los valores en los puntos conocidos. Las diferencias inversas se definen recursivamente como:

$$\varphi[x_i] = f(x_i) = y_i, \quad \varphi[x_i,x_j] = \frac{x_i-x_j}{y_i-y_j}, \quad \varphi[x_i,x_j,x_k] = \frac{x_j-x_k}{\varphi[x_i,x_j]-\varphi[x_i,x_k]}, \quad \varphi[x_i,\dots,x_l,x_m,x_n] = \frac{x_m-x_n}{\varphi[x_i,\dots,x_l,x_m]-\varphi[x_i,\dots,x_l,x_n]}$$

Calculamos entonces la tabla de diferencias inversas

x <sub>k</sub>	y <sub>k</sub>	$\varphi[x_0,x_k]$	$\varphi[x_0,x_1,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_2,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_3,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_4,x_k]$	$\varphi[x_0,\dots,x_5,x_k]$
-6	-7/85						
-4	-10/57	-9690/451					
1	0	85	451/9605				
5	-4/3	-255/29	13079/18445	24521/4059			
-3	-4/13	-1105/83	37433/305915	-406687/7667	153/1130		
0	2	170/59	26609/162095	-215491/25256	504/1469	130/9	
2	1/3	1020/53	23903/162265	215717/21648	-432/565	-50/9	-1/10

A efectos de notación, se ha expresado la diferencia inversa por  $\varphi[x_0,\dots,x_i,x_k]$ , en la que  $k > i$ . La diagonal de la tabla de diferencias inversas, en color rojo, es entonces: [-7/85, -9690/451, 451/9605, 24521/4059, 153/1130, 130/9, -1/10], que se corresponde exactamente con el conjunto de valores que aparece en la fórmula y por tanto, la ecuación es

$$-7/85 + (x+6) \left( -\frac{9690}{451} + (x+4) \left( \frac{451}{9605} + (x-1) \left( \frac{24521}{4059} + (x-5) \left( \frac{153}{1130} + \frac{x+3}{130} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

451                      9605                      4059                      1130    130/9-10 x

siendo las sucesivas funciones racionales las siguientes:

$$\Phi^{0,0}(x) = -7/85 \text{ (interpola en el primer punto)}$$

$$\Phi^{1,0}(x) = -7/85 + (x+6)/(-9690/451) = -[584/1615] - [451/9690] x \text{ (interpola en los 2 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{1,1}(x) = -7/85 + (x+6) \left( [28730/451] + [9605/451] x \right)^{-1} = -4 [(x-1)/(338+113 x)] \text{ (interpola en los 3 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{2,1}(x) = -7/85 + (x+6) \left( -[9690/451] + (x+4) \left( -[247148/2084285] + [4059/24521] x \right)^{-1} \right)^{-1} = -[(-68+59 x+9 x^2)/(-356+139 x)] \text{ (interpola en los 4 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{2,2}(x) = -7/85 + (x+6) \left( -[9690/451] + (x+4) \left( [451/9605] + (x-1) \left( -[710431/23001] + [1130/153] x \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = [(-12+11 x+x^2)/(-96-41 x+10 x^2)] \text{ (interpola en los 5 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{3,2}(x) = -7/85 + (x+6) \left( -[9690/451] + (x+4) \left( [451/9605] + (x-1) \left( [24521/4059] + (x-5) \left( [504/1469] + 9/130 x \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = -[(-40+28 x+11 x^2+x^3)/(20+66 x+x^2)] \text{ (interpola en los 6 primeros puntos)}$$

$$\Phi^{3,3}(x) = -7/85 + (x+6) \left( -[9690/451] + (x+4) \left( [451/9605] + (x-1) \left( [24521/4059] + (x-5) \left( [153/1130] + [(x+3)/(130/9-10 x)] \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} \right)^{-1} = -4 [(x-1)/(2+x^3-4 x^2-3 x)] \text{ (interpola en todos los puntos)}$$

La ecuación en fracciones continuas es

$$R(x) = -7/85 + \frac{9690}{451} + \frac{x+6}{[451/9605] + \frac{x+4}{[24521/4059] + \frac{x-1}{[(x-5)/([153/1130] + \frac{x+3}{[130/9 + \frac{x-0}{(-1/10)}])}]}}]$$

O también:

$$R(x) = -7/85 + \frac{x+6}{451} + \frac{x+4}{9605} + \frac{x-1}{4059} + \frac{x-5}{1130} + \frac{x+3}{130/9} + \frac{x-0}{-1/10}$$

y la ecuación simplificada

$$R(x) = -4 \frac{x-1}{2+x^3-4 x^2-3 x}$$



(cc) Jesús García Quesada 2010

#### Mark summary:

Question	Value	Your mark
<a href="#">1</a>	1.00	-
Total	1.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).  
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).