

## Interpolación y Aproximación

### Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la nube de puntos  $(x_k, y_k)$  y sus pesos  $w_k$  dada por la siguiente tabla, encontrar la función del tipo  $y = A + Bx^2 + Cx^4$  que mejor se ajuste por mínimos cuadrados. Obtener asimismo la estimación para  $x=0.3$ . Calcular los resultados con cuatro decimales exactos.

$w_k$	1	1	1/2	3/4
$x_k$	.2	.5	.6	.8
$y_k$	-7.8528320	-5.7856954	-9.2074758	-6.7495618

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} -7.71 & 3.64 & -3.91 & -7.41 \end{bmatrix}$$

### Solution:

Sabemos que el elemento  $(i,j)$  de la matriz normal viene dado por:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^n w_k \phi_i(x_k) \phi_j(x_k), \quad i,j=1,\dots,m$$

siendo  $n$  el número de puntos,  $m$  el número de funciones que intervienen en el ajuste,  $\phi_i$  la  $i$ -ésima función básica que interviene, y  $w_k$  el peso correspondiente al punto/observación  $(x_k, y_k)$ ,  $k=1,\dots,n$ . La función que buscamos es del tipo: (véase <http://pcm.dis.ulpgc.es/an/tutor/ajuste.pdf>)

$$\Phi(x) = c_1 \phi_1(x) + c_2 \phi_2(x) + \dots + c_m \phi_m(x)$$

donde hay que obtener el valor de los coeficientes  $c_i$ ,  $i=1,\dots,m$ . El sistema de ecuaciones normales es:

$$\begin{bmatrix} 3.25000000 & .95000000 & .43610000 \\ .95000000 & .43610000 & .23562500 \\ .43610000 & .23562500 & .13813601 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23.30443665 \\ -6.65767244 \\ -3.04428031 \end{bmatrix}$$

Esta matriz es simétrica y definida positiva, por lo que se puede utilizar Cholesky para resolver el sistema. Las soluciones son:

$$A = -7.71100892$$

$$B = 3.64274230$$

$$C = -3.90796343$$

por lo que la función obtenida es por tanto:

$$\Phi(x) = -7.71100892 + 3.6427423 x^2 - 3.90796343 x^4$$

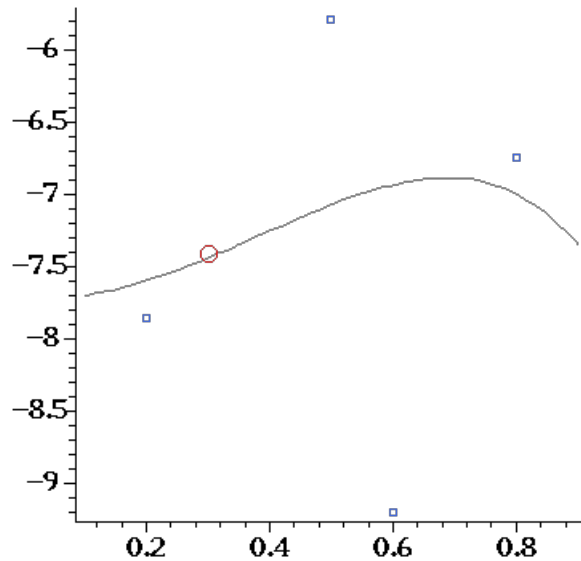
El valor de la función ajustada en el punto pedido es  $\Phi(0.3) = -7.414816617$ . Para calcular el error cuadrático, añadimos una nueva línea a la tabla inicial de datos, la de los valores de la función obtenida en las abscisas  $x_k$  de los datos, obteniendo:

$w_k$	1	1	1/2	3/4
$x_k$	.2	.5	.6	.8
$y_k$	-7.8528320	-5.7856954	-9.2074758	-6.7495618
$\Phi(x_k)$	-7.57155197	-7.04457106	-6.90609375	-6.98035567

Y por tanto, el error cuadrático es:

$$E = \left( \sum_{k=1}^n w_k (y_k - \Phi(x_k))^2 \right)^{1/2} = 2.86148463$$

La gráfica de la función ajustada, de los puntos que intervienen en el ajuste y del punto donde se quiere estimar la función son:



(cc) Jesús García Quesada 2010

---

**Mark summary:**

Question	Value	Your mark
<a href="#">1</a>	1.00	-
Total	1.00	0.00

---

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

---

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).  
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).