

Interpolación y Aproximación

Question 1

[Top 1](#) [Bottom](#) [Focus](#) [Help](#)

Dada la nube de puntos (x_k, y_k) y sus pesos w_k dada por la siguiente tabla, encontrar la función del tipo $y = A \cos(4x) + B \sin(6\pi x) + C \cos(6\pi x)$ que mejor se ajuste por mínimos cuadrados. Obtener asimismo la estimación para $x=0.3$. Calcular los resultados con cuatro decimales exactos.

w_k	1	1	1	1
x_k	.1	.4000000000	.7000000000	1.0000000000
y_k	.63885724	2.1367026	3.6565214	-.1905081

You have not attempted this yet

The teacher's answer was:

$$\begin{bmatrix} -3.92 & 3.36 & -2.74 & -5.62 \end{bmatrix}$$

Solution:

Sabemos que el elemento (i,j) de la matriz normal viene dado por:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^n w_k \phi_i(x_k) \phi_j(x_k), \quad i, j=1, \dots, m$$

siendo n el número de puntos, m el número de funciones que intervienen en el ajuste, ϕ_i la i -ésima función básica que interviene, y w_k el peso correspondiente al punto/observación (x_k, y_k) , $k=1, \dots, n$. La función que buscamos es del tipo: (véase <http://pcm.dis.ulpgc.es/an/tutor/ajuste.pdf>)

$$\Phi(x) = c_1 \phi_1(x) + c_2 \phi_2(x) + \dots + c_m \phi_m(x)$$

donde hay que obtener el valor de los coeficientes c_i , $i=1, \dots, m$. El sistema de ecuaciones normales es:

$$\begin{bmatrix} 2.16423889 & .29438627 & -1.70956415 \\ .29438627 & 2.15450850 & .47552826 \\ -1.70956415 & .47552826 & 1.84549150 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.79469596 \\ 4.78896364 \\ 3.23053951 \end{bmatrix}$$

Esta matriz es simétrica y definida positiva, por lo que se puede utilizar Cholesky para resolver el sistema. Las soluciones son:

$$\begin{aligned} A &= -3.91676941 \\ B &= 3.36368864 \\ C &= -2.74450360 \end{aligned}$$

por lo que la función obtenida es por tanto:

$$\Phi(x) = -3.91676941 \cos(4x) + 3.36368864 \sin(6\pi x) - 2.74450360 \cos(6\pi x)$$

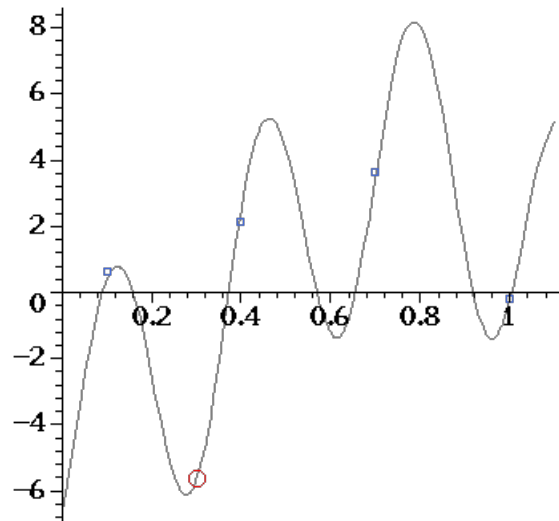
El valor de la función ajustada en el punto pedido es $\Phi(0.3) = -5.616748397$. Para calcular el error cuadrático, añadimos una nueva línea a la tabla inicial de datos, la de los valores de la función obtenida en las abscisas x_k de los datos, obteniendo:

w_k	1	1	1	1
x_k	.1	.4000000000	.7000000000	1.0000000000
y_k	.63885724	2.1367026	3.6565214	-.1905081
$\Phi(x_k)$.43957273	2.46532755	3.44724418	-.18433227

Y por tanto, el error cuadrático es:

$$E = \left(\sum_{k=1}^n w_k (y_k - \Phi(x_k))^2 \right)^{1/2} = 0.4376571368$$

La gráfica de la función ajustada, de los puntos que intervienen en el ajuste y del punto donde se quiere estimar la función son:



(cc) Jesús García Quesada 2010

Mark summary:

Question	Value	Your mark
1	1.00	-
Total	1.00	0.00

[New Version](#) Click here to see a new version of this quiz.

[New Quiz](#) Click here to select a new quiz.

If you have technical problems, you can send email to the [administrator](#).
Mathematical questions can be sent to the [teacher](#).